

# 分类因子自适应抗差滤波\*

崔先强 杨元喜

西安测绘研究所, 西安 710054

**摘要** 自适应抗差滤波的关键技术是构造观测等价权矩阵和合理的自适应因子, 以便能有效地平衡观测信息、状态信息及其各分量对状态参数估值的贡献。文中在自适应抗差滤波和双因子相关观测抗差估计原理的基础上, 提出了将常速度模型的状态预报信息分为位置和速度两类, 并分别构造相应的自适应因子。导出了相应的分类因子自适应抗差滤波解, 并给出了分类自适应因子的计算表达式。计算结果表明, 分类因子自适应抗差滤波不仅能有效地控制观测异常和动态扰动异常的影响, 而且利用分类因子合理地平衡了位置预报信息和速度预报信息对状态参数估值的贡献, 其精度要优于基于位置不符值和速度不符值的单因子自适应抗差滤波。

**关键词** Kalman 滤波 自适应滤波 抗差估计 自适应因子

最近有学者提出了单因子自适应抗差滤波<sup>[1-3]</sup>和自适应选权滤波<sup>[4]</sup>, 前者已被用于卫星轨道确定<sup>[5]</sup>和多传感器融合导航<sup>[6]</sup>, 后者则被用于精密动态 GPS 定位<sup>[7]</sup>, 且这两种自适应滤波算法都能有效地控制观测异常和状态扰动异常对状态参数估值的影响。

自适应抗差滤波的关键问题是合理地平衡观测信息和预报信息对状态估值的贡献, 主要表现在两个方面: 一种是平衡观测信息、预报信息各分量的贡献; 另一种是整体平衡观测信息和预报信息的贡献。前一种平衡主要是由抗差等价权来实现, 如抗差 Kalman 滤波<sup>[8,9]</sup>。后一种平衡的实现方法有 3 种: (1) 利用最新的观测残差和状态残差在线估计观测信息和预报信息的协方差矩阵<sup>[10-12]</sup>; (2) 利用自适应因子从整体上平衡观测信息和预报信息对状态参数估值的贡献<sup>[13,14]</sup>; (3) 将噪声协方差矩阵在线估计和自适应因子相结合<sup>[15,16]</sup>。

现有的自适应抗差滤波一般都采用单一自适应因子, 其显著特点是将预报信息看成一个整体, 使用基

于位置不符值<sup>[2]</sup>或方差分量比值<sup>[16]</sup>构造的单一自适应因子来调节观测信息和状态预报信息对状态参数估值的贡献。但是, 状态参数向量常常会含有不同类型的参数, 且各类参数的动力学模型的可靠性也会各不相同。此时, 如再使用单因子自适应滤波, 必将会损失参数预报信息的使用效率。鉴于此, 本文基于自适应滤波和双因子相关观测抗差估计原理<sup>[17,18]</sup>, 提出了分类因子自适应抗差滤波, 并以动态 GPS 数据处理中经常使用的常速度模型为例, 将状态预报信息分成位置和速度信息两类, 导出了分类因子自适应抗差滤波解及分类因子的计算表达式。

## 1 分类因子自适应抗差滤波原理

在动态 GPS 导航定位中, Kalman 滤波常用离散化模型来描述, 其线性化形式为

$$L_k = A_k \begin{bmatrix} X_k \\ \dot{X}_k \end{bmatrix} + e_k, \quad (1)$$

2005-08-31 收稿, 2005-11-07 收修改稿

\* 国家自然科学基金(批准号: 40274002 和 40474001)及地球空间环境与大地测量教育部重点实验室开放研究基金(1469990324233-04-11)资助项目

E-mail: cuixianqiang@263.net; yuanxi@pub.xaonline.com

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_k \\ \dot{\mathbf{X}}_k \end{bmatrix} = \Phi_{k,k-1} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{k-1} \\ \dot{\mathbf{X}}_{k-1} \end{bmatrix} + \mathbf{W}_k, \quad (2)$$

式中  $\mathbf{L}_k$  为  $n_k \times 1$  维观测向量,  $\mathbf{A}_k$  为  $n_k \times 6$  维设计矩阵,  $\mathbf{X}_k$  和  $\mathbf{X}_{k-1}$  分别为第  $k$  和  $k-1$  历元的  $3 \times 1$  维位置参数向量,  $\dot{\mathbf{X}}_k$  和  $\dot{\mathbf{X}}_{k-1}$  分别为第  $k$  和  $k-1$  历元的  $3 \times 1$  维速度参数向量,  $\Phi_{k,k-1}$  为  $6 \times 6$  维状态转移矩阵,  $\mathbf{e}_k$  是协方差矩阵为  $\Sigma_k$  的  $n_k \times 1$  维观测噪声向量,  $\mathbf{W}_k$  是协方差矩阵为  $\Sigma_{W_k}$  的  $6 \times 1$  维状态噪声向量,  $\mathbf{e}_k$  和  $\mathbf{W}_k$  不相关, 且满足

$$E(\mathbf{e}_k) = 0, E(\mathbf{W}_k) = 0, \quad (3)$$

$$E(\mathbf{e}_k \mathbf{e}_j^T) = \begin{cases} \Sigma_k & k = j \\ \mathbf{0} & k \neq j \end{cases},$$

$$E(\mathbf{W}_k \mathbf{W}_j^T) = \begin{cases} \Sigma_{W_k} & k = j \\ \mathbf{0} & k \neq j \end{cases}, \quad (4)$$

由(2)式可得状态参数向量的预报值  $\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{X}}_k \\ \bar{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix}$  及其

协方差矩阵  $\Sigma \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{X}}_k \\ \bar{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix}$  为

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{X}}_k \\ \bar{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix} = \Phi_{k,k-1} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \\ \hat{\dot{\mathbf{X}}}_{k-1} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\Sigma \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{X}}_k \\ \bar{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix} = \Phi_{k,k-1} \Sigma \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \\ \hat{\dot{\mathbf{X}}}_{k-1} \end{bmatrix} \Phi_{k,k-1}^T + \Sigma_{W_k}, \quad (6)$$

式中  $\hat{\mathbf{X}}_{k-1}$  和  $\hat{\dot{\mathbf{X}}}_{k-1}$  分别为第  $k-1$  历元的位置和速度参数向量估值, 则观测信息和状态预报信息的误差方程可写为

$$\mathbf{V}_k = \mathbf{A}_k \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_k \\ \hat{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix} - \mathbf{L}_k, \mathbf{P}_k = \Sigma_k^{-1}, \quad (7)$$

$$\mathbf{V} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{X}}_k \\ \bar{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_k \\ \hat{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{X}}_k \\ \bar{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix}, \mathbf{P} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{X}}_k \\ \bar{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix} = \Sigma \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{X}}_k \\ \bar{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix}^{-1}, \quad (8)$$

其中  $\mathbf{V}_k$  为观测残差向量,  $\hat{\mathbf{X}}_k$  和  $\hat{\dot{\mathbf{X}}}_k$  分别为第  $k$  历元的位置和速度参数估值,  $\mathbf{P}_k$  为观测权矩阵,  $\mathbf{V} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{X}}_k \\ \bar{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix}$  为预

测残差向量,  $\mathbf{P} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{X}}_k \\ \bar{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix}$  为预报信息的权矩阵.

与自适应抗差滤波解算原理相似, 分类因子自适应抗差滤波原则可写为

$$\Omega_k = \mathbf{V}_k^T \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{V}_k + \mathbf{V}^T \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{X}}_k \\ \bar{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix}.$$

$$\alpha_k^{\frac{1}{2}} \mathbf{P} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{X}}_k \\ \bar{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix} \alpha_k^{\frac{1}{2}} \mathbf{V} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{X}}_k \\ \bar{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix} = \min, \quad (9)$$

式中  $\bar{\mathbf{P}}_k$  为  $\mathbf{L}_k$  的等价权矩阵,  $\alpha_k$  为自适应因子矩阵.

与状态参数向量分类相对应, 状态预报信息的权矩阵和协方差矩阵可分块为

$$\mathbf{P} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{X}}_k \\ \bar{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{X}}_k} & \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{X}}_k \bar{\dot{\mathbf{X}}}_k} \\ \mathbf{P}_{\bar{\dot{\mathbf{X}}}_k \bar{\mathbf{X}}_k} & \mathbf{P}_{\bar{\dot{\mathbf{X}}}_k} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\Sigma \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{X}}_k \\ \bar{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma_{\bar{\mathbf{X}}_k} & \Sigma_{\bar{\mathbf{X}}_k \bar{\dot{\mathbf{X}}}_k} \\ \Sigma_{\bar{\dot{\mathbf{X}}}_k \bar{\mathbf{X}}_k} & \Sigma_{\bar{\dot{\mathbf{X}}}_k} \end{bmatrix} \quad (11)$$

相应的自适应因子矩阵可表示为

$$\alpha_k = \begin{bmatrix} \alpha_{\bar{\mathbf{X}}_k} & \\ & \alpha_{\bar{\dot{\mathbf{X}}}_k} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

式中  $\alpha_{\bar{\mathbf{X}}_k}$  和  $\alpha_{\bar{\dot{\mathbf{X}}}_k}$  分别为对应于位置信息和速度信息的自适应因子. 令  $\tilde{\mathbf{P}} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{X}}_k \\ \bar{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix} = \alpha_k^{\frac{1}{2}} \mathbf{P} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{X}}_k \\ \bar{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix} \alpha_k^{\frac{1}{2}}$ , 则与抗差

M-M 滤波相类似, 分类因子自适应抗差滤波解及其协方差矩阵可表示为

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_k \\ \hat{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix} = \left[ \mathbf{A}_k^T \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{A}_k + \tilde{\mathbf{P}} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{X}}_k \\ \bar{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix} \right]^{-1}$$

$$\left[ \mathbf{A}_k^T \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{L}_k + \tilde{\mathbf{P}} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{X}}_k \\ \bar{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix} \right], \quad (13)$$

$$\Sigma \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_k \\ \hat{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix} = \left[ \mathbf{A}_k^T \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{A}_k + \tilde{\mathbf{P}} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{X}}_k \\ \bar{\dot{\mathbf{X}}}_k \end{bmatrix} \right]^{-1}. \quad (14)$$

显然, 标准 Kalman 滤波、抗差 M-M 滤波、单

因子自适应抗差滤波和分类因子自适应抗差滤波的状态参数向量估值表达式形式一致, 不同之处主要在于使用的权矩阵不同: 标准 Kalman 滤波解使用原始的观测信息和预报信息的权矩阵; 抗差 M-M 滤波解使用观测信息和预报信息的等价权矩阵; 单因子自适应抗差滤波和分类因子自适应抗差滤波使用的是观测等价权矩阵和预报信息的自适应权矩阵. 在实际应用中需注意的是, 分类因子自适应滤波的解算过程与其他三种是不相同的, 它必须首先基于原始观测信息获得状态参数历元抗差解, 然后计算分类自适应因子和进行自适应滤波解算.

## 2 自适应因子的确定

在分类因子自适应抗差滤波算法中, 观测等价权元素和自适应因子的确定是整个滤波算法的关键问题. 观测等价权元素直接反映了自适应抗差滤波算法对观测异常的控制能力; 自适应因子不仅反映了位置预报信息和速度预报信息对状态参数估值的贡献大小, 而且反映了滤波算法对动态扰动异常的控制效果.

对观测等价权元素的计算方法, 采用与单因子自适应抗差滤波相同的思想. 先由观测信息获得位置参数向量的抗差估计值

$$\tilde{\mathbf{X}}_k = (\mathbf{A}_k^T \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{A}_k)^{-1} \mathbf{A}_k^T \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{L}_k, \quad (15)$$

为了保持权矩阵的对称性和相关性不变, 我们将使用相关观测抗差估计理论<sup>[17,18]</sup>来获得观测向量的等价权元素, 即

$$\bar{P}_{ij} = p_{ij} \gamma_{ij}, \quad (16)$$

上式称为双因子等价权模型,  $\bar{P}_{ij}$  可称为双因子等价权元素, 其中

$$\gamma_{ij} = \sqrt{\gamma_{ii} \gamma_{jj}}, \quad (17)$$

$\gamma_{ii}$  和  $\gamma_{jj}$  为自适应降权因子, 其计算过程见文献[17], 在此不再详述.

在分类因子自适应滤波中, 位置预报信息自适应因子  $\alpha_{\tilde{\mathbf{X}}_k}$  与单因子自适应抗差滤波<sup>[2]</sup>的自适应因子计算方法完全相同, 因此, 本文将重点介绍与速度预报信息相对应的自适应因子  $\alpha_{\tilde{\mathbf{X}}_k}$  的计算过程. 与位

置预报信息自适应因子的计算思想相类似, 要计算速度预报信息的自适应因子, 首先必须获得速度预测向量的不符值. 基于位置向量的抗差估值  $\tilde{\mathbf{X}}_k$  和自适应抗差滤波估值  $\tilde{\mathbf{X}}_{k-1}$  以及采样间隔  $t$ , 可以获得较精确的速度计算值

$$\tilde{\dot{\mathbf{X}}}_k = \frac{\tilde{\mathbf{X}}_k - \tilde{\mathbf{X}}_{k-1}}{t}, \quad (18)$$

基于计算速度  $\tilde{\dot{\mathbf{X}}}_k$  和预报速度  $\bar{\dot{\mathbf{X}}}_k$ , 可以构造对应于速度信息的自适应因子. 令

$$\Delta \tilde{\dot{\mathbf{X}}}_k = \|\tilde{\dot{\mathbf{X}}}_k - \bar{\dot{\mathbf{X}}}_k\| / \sqrt{\text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}_{\tilde{\dot{\mathbf{X}}}_k})}, \quad (19)$$

则可得速度预报信息的自适应因子为

$$\alpha_{\tilde{\dot{\mathbf{X}}}_k} = \begin{cases} 1 & |\Delta \tilde{\dot{\mathbf{X}}}_k| < c \\ c/|\Delta \tilde{\dot{\mathbf{X}}}_k| & |\Delta \tilde{\dot{\mathbf{X}}}_k| \geq c \end{cases}, \quad (20)$$

这里常量  $c$  的取值为 1.0.

与基于位置向量不符值构造的单因子自适应抗差滤波类似, 基于速度不符值构造的自适应因子也可以被单独使用来控制状态扰动异常对状态参数估值的影响, 而且比基于位置不符值的自适应因子效果更好. 原因是, 当载体状态出现扰动异常时, 位置不符值和速度不符值虽然都能反映出载体的扰动水平, 但在同样的时间间隔内, 速度不符值能更准确地表现出载体的扰动特性.

## 3 计算与比较

本文算例所用数据为一组机载动态 GPS 观测数据. 有两台 Trimble 4000SSE 型接收机, 一台固定于参考站, 另一台安置于飞机上. 计算过程中使用高精度的载波相位双差解作为参考值, 而用双差 C/A 码进行各种滤波解算, 其结果与参考值作差进行比较. 滤波模型采用常速度模型. 位置、速度和码的方差分别取为  $0.2 \text{ m}^2$ ,  $0.001 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$  和  $1 \text{ m}^2$ . 而速度的谱密度取为  $0.01 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$ , 状态模型方差-协方差阵与文献[14]相同.

采用如下 4 种方案进行: (1) 标准 Kalman 滤波 (SKF); (2) 基于位置不符值的单因子自适应抗差滤波 (ARF1); (3) 基于速度不符值的单因子自适应抗

差滤波(ARF2); (4) 分类因子自适应抗差滤波(ARF3). 计算结果如图1—4和表1. 图中只给出了X方向的误差曲线图, Y和Z方向的结果与之类似.

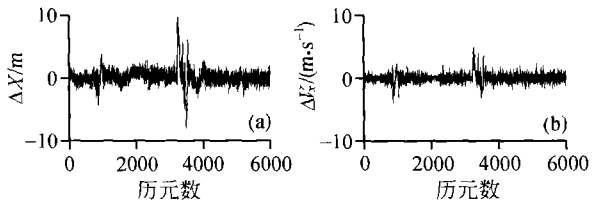


图1 SKF 误差曲线图

(a) X方向位置误差; (b) X方向速度误差

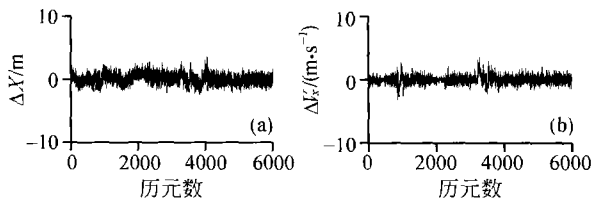


图2 ARF1 误差曲线图

(a) X方向位置误差; (b) X方向速度误差

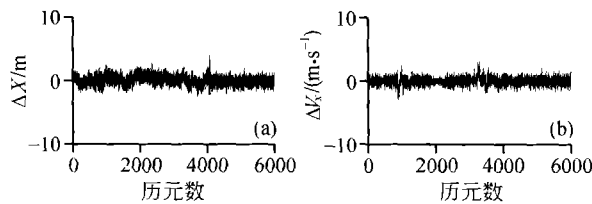


图3 ARF2 误差曲线图

(a) X方向位置误差; (b) X方向速度误差

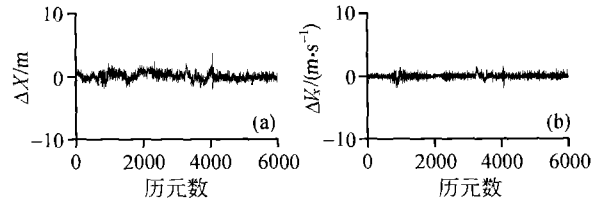


图4 ARF3 误差曲线图

(a) X方向位置误差; (b) X方向速度误差

由计算结果, 可以看出:

(1) 飞机飞行过程中有两处显著的非平稳扰动, 即当飞机起飞和转弯时, 且这两次扰动对经典Kalman滤波有明显的影晌, 见图1.

(2) 由图1—4可知, 无论是单因子自适应抗差滤波还是分类因子自适应抗差滤波, 其结果都明显地优于经典Kalman滤波. 这主要是因为自适应抗差滤波不仅通过观测等价权控制了观测异常的影响, 而且使用自适应因子控制了动态载体扰动异常的影响.

(3) 将两种单因子自适应抗差滤波的结果进行比较可知, 基于速度不符值的自适应抗差滤波结果要优于基于位置不符值的自适应抗差滤波. 这表明相对位置不符值而言, 速度不符值更能反映动态载体的扰动特性, 即基于速度不符值构造的自适应因子能更好地控制动态扰动异常的影响.

表1 各种滤波均方根误差(RMS)和最大误差(MAX)

	RMS				MAX			
	CKF	AKF1	AKF2	AKF3	CKF	AKF1	AKF2	AKF3
X / m	1.242	0.629	0.588	0.594	9.581	4.064	4.143	3.707
Y / m	1.507	0.571	0.492	0.509	13.648	2.034	2.008	2.082
Z / m	1.574	0.886	0.875	0.869	11.257	4.025	4.078	3.843
$v_x / (m \cdot s^{-1})$	0.606	0.450	0.386	0.340	4.794	2.448	2.394	1.977
$v_y / (m \cdot s^{-1})$	0.856	0.568	0.456	0.318	8.576	4.106	3.915	2.639
$v_z / (m \cdot s^{-1})$	0.646	0.483	0.421	0.407	3.784	2.348	2.288	1.924

(4) 将单因子自适应抗差滤波与分类因子自适应抗差滤波结果进行比较可知, 分类因子自适应抗差滤波的精度在速度分量上要明显地优于单因子自适应抗差滤波, 在位置分量上却稍低于基于速度不符值的单因子自适应抗差滤波. 但从总体上分析可

以发现, 分类因子自适应抗差滤波结果要优于单因子自适应抗差滤波, 因为分类因子自适应抗差滤波结果在位置分量上与基于速度不符值的单因子自适应抗差滤波结果基本相当, 而在速度分量上则要明显优于单因子自适应抗差滤波.

## 4 结论

(1) 在动态 GPS 导航定位中, 经典 Kalman 滤波不具有抵制观测异常和动态扰动异常的能力, 而当观测值中含有异常或载体状态出现大的扰动时, 经典 Kalman 滤波的精度和可靠性将会明显降低。

(2) 单因子自适应抗差滤波利用抗差等价权和自适应因子控制了观测异常和动态扰动的影响, 其结果要明显地优于经典 Kalman 滤波。但是, 状态参数向量可能含有不同类型的参数, 且不同类型的参数的动力学模型的可靠性也可能会不相同, 此时若再使用单因子自适应抗差滤波对状态扰动进行整体控制, 必将会损失一些可靠的状态预报信息。

(3) 分类因子自适应抗差滤波不仅利用等价权控制了观测异常的影响, 而且对动态模型的预报信息进行分类, 利用不同的自适应因子分别来控制动力模型位置异常和速度异常的影响, 有效地提高了动态预报信息的利用效率。而且, 分类因子自适应抗差滤波引入了相关观测抗差估计的思想, 不仅保证了不同类型预报信息协方差矩阵和权矩阵的对称性, 而且维持了不同类型预报信息协方差矩阵和权矩阵的相关性不变。

(4) 当状态参数含有位置和速度以外的参数时, 也可以应用与本文相类似的方法对状态参数进行分类, 并计算各类信息的自适应因子, 对不同类型的预报信息分别进行控制, 从而充分利用各类可靠的状态预报信息, 提高动态 GPS 导航定位的精度。

(5) 对于分类因子自适应抗差滤波, 还存在需要进一步研究的问题: (i) 分类因子自适应抗差滤波精度在位置分量上略低于基于速度不符值的单因子自适应抗差滤波, 其原因有待进一步研究; (ii) 如何才能保证计算出的分类因子之间是不相关的; (iii) 怎样获得顾及各类状态参数之间相关性的自适应因子矩阵等。这些问题不仅需要理论上的进一步研究, 而且需要根据不同的导航信息进行实际计算分析。

## 参 考 文 献

- 1 Yang Y X, Xu T H, He H B. On adaptively Kinematic filtering. Selected Papers for English of Acta Geodetica et Cartographica Sinica, 2001, 25—32
- 2 Yang Y X, He H B, Xu G C. Adaptively robust filtering for kinematic geodetic positioning. Journal of Geodesy, 2001, 75 (2/3): 109—116
- 3 Xu G C. GPS Theory, Algorithms and Applications. Berlin Heidelberg: Springer Verlag, 2003, 140—144
- 4 欧吉坤, 柴艳菊, 袁运斌. 自适应选权滤波. 见: 朱耀仲, 孙和平编辑, 大地测量与地球动力学进展. 湖北: 科学技术出版社, 2004, 816—823
- 5 Yang Y X, Wen Y L. Synthetically adaptive robust filtering for satellite orbit determination. Science in China Ser D Earth Science, 2004, 47(7): 585—592
- 6 杨元喜, 高为广. 基于多传感器观测信息抗差估计的自适应融合导航. 武汉大学学报(信息科学版), 2004, 29(10): 885—888
- 7 Ren C, Ou J K, Yuan Y B. Application of adaptive filtering by selecting the parameter weight factor in precise kinematic GPS positioning. Progress in Natural Science, 2005, 15(1): 41—46
- 8 杨元喜. 抗差估计理论及其应用. 北京: 八一出版社, 1993
- 9 杨元喜. 多种抗差滤波模型的理论基础及比较. 见: 陈俊勇主编. 大地测量论文专集(祝贺陈永龄院士 90 寿辰). 北京: 测绘出版社, 1999, 51—57
- 10 崔先强. 噪声协方差矩阵加权估计的 Sage 自适应滤波. 测绘科学, 2002, 27(2): 26—30
- 11 Mohamed A H, Schwarz K P. Adaptive Kalman filtering for INS/GPS. Journal of Geodesy, 1999, 73: 193—203
- 12 Wang J, Stewart M P, Tsakiri M. Adaptive Kalman filtering for integration of GPS with GLONASS and INS. In: International Association of Geodesy Symposia, Vol 121; Schwarz (ed.). Geodesy Beyond 2000—The Challenges of the First Decade. Berlin Heidelberg: Springer Verlag, 2000, 325—330
- 13 杨元喜, 高为广. 基于方差分量估计的自适应融合导航. 测绘学报, 2004, 33(1): 22—26
- 14 Yang Y X, Cui X Q, Gao W G. Adaptive integrated navigation for multi-sensor adjustment outputs. The Journal of Navigation, 2004, 57(2): 287—295
- 15 徐天河, 杨元喜. 改进的 Sage 自适应滤波方法. 测绘科学, 2000, 25(3): 22—24
- 16 Yang Y X, Xu T H. An adaptive Kalman filter based on Sage windowing weights and variance components. The Journal of Navigation, 2003, 56(2): 231—240
- 17 杨元喜, 宋力杰, 徐天河. 大地测量相关观测抗差估计理论. 测绘学报, 2002, 31(2): 95—99
- 18 Yang Y X, Song L J, Xu T H. Robust estimator for correlated observations based on bifactor equivalent weights. Journal of Geodesy, 2002, 76(6—7): 353—358

1 Yang Y X, Xu T H, He H B. On adaptively Kinematic filter-